



## गणिताच्या पाठ्यपुस्तकातील HOTS

### उच्चस्तरीय विचारकौशल्य निर्माण करणारे प्रश्न

(महाराष्ट्र एस्. एस्. सी. बोर्डातर्फे शिक्षण संक्रमण हे मासिक प्रकाशित होते.  
'शिक्षण संक्रमण' च्या जानेवारी २०१२ अंकातील अभ्यासमंडळ सदस्यांनी लिहिलेला हा लेख.)

अभ्यासक्रम ठरवताना प्रमुख व्यापक उद्दिष्टे नजरेसमोर ठेवलेली असतात. ती उद्दिष्टे पूर्ण होण्याची संभाव्यता लक्षात घेऊन पाठ्यपुस्तकाची निर्मिती होते. पाठ्यपुस्तकातील घटकांचे स्पष्टीकरण व त्यावरील प्रश्न मूल्यमापनासाठी उपयुक्त ठरतात.

विद्यार्थ्यांमध्ये आपल्याला विविध स्तर आढळतात, कारण त्यांना मिळालेल्या पूर्वज्ञानामुळे, शैक्षणिक परिसरामुळे, सोयीसुविधांच्या उपलब्धतेमुळे, सामाजिक परिस्थितीमुळे आणि सहज प्रवृत्तीच्या पातळीमुळे, त्यांच्या अध्ययन अनुभूतींमुळे फरक पडलेला दिसतो. सर्वच विद्यार्थी सर्व विद्यार्थी सर्व विषयांमध्ये समान गतीने किंवा समान अभिरुचीने अध्ययन करत नाहीत म्हणून पाठ्यपुस्तकातील घटक सर्वांना शिकवल्यावर सर्व विद्यार्थ्यांना तो समजला आहे असे म्हणता येत नाही.

पाठ्यांशामध्ये काही भाग असा असतो की, जो सर्व विद्यार्थ्यांना आलाच पाहिजे. विद्यार्थ्यांच्या आकलनशक्तीवरून त्यांचे वर्गीकरण केले जाते. वर्गात काही विद्यार्थी प्रज्ञावान असतात. म्हणून पाठ्यपुस्तकात पाठ्यांश दिल्यावर मूल्यमापनासाठी किमान आवश्यक पाठ्यांशावर आधारीत प्रश्नांची रचना आवश्यक असते, तसेच प्रज्ञावान विद्यार्थ्यांसाठी आव्हानात्मक प्रश्नांचा समावेश करणे आवश्यक असते.

ज्या वेळेपासून पाठ्यपुस्तकनिर्मितीला सुरुवात झाली त्या वेळेपासून गणिताच्या पाठ्यपुस्तकात अशा सर्व स्तरांवर आधारीत काठीण्यपातळी वाढत जाणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश केला जात आहे. जुन्या अभ्यासक्रमावर आधारीत पाठ्यपुस्तके तयार करताना उदाहरणांसाठी काठीण्यपातळीचे सर्वसाधारण निकष लावून स्तर ठरवले होते व जास्त कठीण प्रश्नांना उच्च स्तराची उदाहरणे म्हणून संबोधले होते. परंतु काठीण्यपातळी ही सापेक्ष बाब आहे. एखाद्या प्रश्न एखाद्या

विद्यार्थ्याला सोपा वाटेल तो दुसऱ्याला कठीण वाटू शकतो. उदाहरणे सोडवण्याच्या सरावाने काठीण्यपातळी कमी होऊ शकते. म्हणून अभ्यासक्रम बदलल्यावर ड स्तर हे नाव काढून टाकले परंतु सर्वसाधारण निकषांप्रमाणे काठीण्यपातळी वाढत जाणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश पाठ्यपुस्तकात ठेवला गेला.

राष्ट्रीय अभ्यासक्रम आराखडा २००५ याच्या तत्वानुसार अभ्यासक्रमात जे बदल झाले त्यांत विद्यार्थ्यांमध्ये उच्चस्तरीय विचारकौशल्य निर्माण करणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश पाठ्यपुस्तकात असावा असे नमूद करण्यात आले. गणिताच्या अभ्यासक्रमाची पुनर्रचना केल्यावर त्यानुसार तयार झालेल्या पाठ्यपुस्तकात उच्चस्तरीय विचार कौशल्य निर्माण होणारे प्रश्न (Problems on Higher Order Thinking Skill) घातले गेले. हे प्रश्न म्हणजे आव्हानात्मक प्रश्न होत. पाठ्यपुस्तकात या प्रश्नांचा समावेश करताना ते विद्यार्थ्यांनी नुसते सोडवावेत असे नाही तर ते प्रश्न सोडवताना त्यांनी कोणता विचार केला याबद्दलची चर्चा त्यांनी आपापसांत व शिक्षकांबरोबर करावी अशी अपेक्षा आहे. या चर्चेतून विद्यार्थ्यांच्या विचार कौशल्याचा विकास व्हावा ही अपेक्षा आहे. एखादे उदाहरण सोडवताना विद्यार्थ्यांनी कोणते गुणधर्म वापरावेत, कोणती सूत्रे वापरावीत, कोणत्या घटकांचा विचार करू नये व योग्य दिशेने पुढे जावे यांबद्दलचे मार्गदर्शन शिक्षकांनी करावे अशी अपेक्षा आहे.

ज्ञानरचनावाद अंगीकारताना शिक्षकाच्या समुपदेशनाचा उपयोग विद्यार्थ्यांना हे हॉटस सोडवताना होणार आहे.

उच्चस्तरीय विचारकौशल्य निर्माण होण्यासाठी विद्यार्थ्यांना खालील बाबींचा उपयोग होईल.

- उदाहरणात दिलेल्या माहितीच्या संदर्भातील इतर घटकांचा विचार करणे.
- उदाहरणातील माहितीचा संबंध अगोदर अभ्यासलेल्या गुणधर्माशी, सूत्रांशी लावण्याचा प्रयत्न करणे.
- माहित असलेल्या गोष्टीशी तुलना करणे.
- माहितीचे विश्लेषण करणे.
- विधानांची कारणे शोधणे.
- चिकित्सक विचार करण्याचा प्रयत्न करणे.
- उदाहरणे स्वतः सोडवणे आणि उदाहरणातील खोच ओळखणे
- अनेक संकल्पनांना समावेश असणाऱ्या उदाहरणांमध्ये त्या संकल्पनांचे पृथक्करण करून त्यांच्या क्रमाने विचार करणे.
- उदाहरण वाचून मनातल्या मनात संकल्पनाचित्र तयार करणे व उदाहरणातील बाबींचा पूर्वज्ञानाशी संबंध जोडणे.

- समस्येची उकल झाल्यामुळे आनंद मिळवणे.
- दिलेल्या उदाहरणांवरून इतर उदाहरणे तयार करणे.

माध्यमिक स्तरावरील गणिताच्या पाठ्यपुस्तकात अशा विचारकौशल्य निर्माण करणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश केला आहे. बीजगणित व भूमिती या दोन्ही पाठ्यपुस्तकांत यांचा समावेश आहे. बीजगणितातील काही उदाहरणे सोडवताना भूमितीतील संकल्पनांचा विचार करावा लागतो. तसेच भूमितीतील काही उदाहरणे सोडवताना बीजगणितातील संकल्पना वापराव्या लागतात हे लक्षात ठेवणे जरूरीचे आहे. गणित विषयातील मूलभूत संकल्पना पक्क्या झाल्या असतील तरच काठीप्यपातळी वाढलेले प्रश्न सोडवता येतात, कारण **HOTS** हे अभ्यासक्रमाबाहेरचे प्रश्न नाहीत तर दोन - तीन संकल्पनांवर आधारित असे हे प्रश्न केलेले असतात. तसेच हॉटस म्हणजे दोन - तीन पानांत त्या प्रश्नाचे उत्तर द्यावे लागेल असेही प्रश्न नाहीत तर फक्त तीन ते चार ओळींतसुद्धा सिध्दता येईल असेही प्रश्न असतात. विचारलेल्या प्रश्नासाठी आनुषांगिक आकृती दिलेली नसेल तर प्रश्नाची काठीप्यपातळी वाढते. म्हणून कोणतेही उदाहरण वाचल्यावर त्याचे उत्तर शोधण्यासाठी सुसंगत आकृती काढता येणे हेही कौशल्य विकसित होणे महत्वाचे आहे.

नमुन्यादाखल एक उदाहरण पाहा :

उदा. त्रिकोण **ABC** मध्ये **A** हा विशालकोन आहे. बिंदू **P** हा त्या त्रिकोणाचा परिकेंद्र आहे. तर सिध्द करा की  $\angle PBC = \angle CAB - 90^\circ$

हा प्रश्न मागील इयतेत अभ्यासलेल्या 'विशालकोन त्रिकोणाच्या परिवर्तुळाचा केंद्र त्रिकोणाच्या बाह्यभागात असतो' या संकल्पनेवर आधारित आहे. म्हणजे आंतरलिखित कोनाचे प्रमेय वापरणे हीदेखील अभ्यासलेली संकल्पना असली तरी सातवीतील त्रिकोणाचा परिकेंद्र या मूळ संकल्पनेवर आधारित हे उदाहरण आहे.

दुसरे उदाहरण पाहा:

त्रिकोण **ABC** या समभुज त्रिकोणाची बाजू **AB** ही **X** अक्षाला समांतर आहे तर उरलेल्या बाजूंचे चढ काढा.

हे उदाहरण निर्देशक भूमिती या घटकावर आधारित आहे. परंतु हे उदाहरण सोडवताना त्या घटकामधील समांतर रेषांचा चढ समान असतो या संकल्पनेबरोबर समभुज त्रिकोणाचा प्रत्येक कोन  $60^\circ$  चा असतो ही सहावीतील संकल्पना लक्षात घ्यावी लागेल. तसेच **30-60-90** च्या त्रिकोणाचा गुणधर्म वापरून त्रिकोणामितीचाही उपयोग करावा लागतो. नववीमध्ये अभ्यासलेल्या धनकोन व ऋणकोन या संकल्पनेचाही उपयोग येथे करावा लागतो.

यावरुन असे लक्षात घ्या की, एखादा प्रश्न सोडवताना अनेक घटक किंवा उपघटकांचा विचार येथे करावा लागतो.

असा विचार करण्याचे कौशल्य वाढवून विद्यार्थ्यांमध्ये स्वतःला उदाहरण सुटण्याचा आनंद मिळावा व मला गणित येते ही भावना त्यांच्यांत निर्माण व्हावी ही अपेक्षा आहे व सरावाने आणि शिक्षकांच्या मार्गदर्शनाने हे नक्कीच साध्य होईल.

HOTS प्रश्नांची भीती न बाळगता मला गणितातील प्रश्न सोडवता येतात असा आत्मविश्वास मनात बाळगा व परीक्षेला सामोरे जा.